

**ENGRENAGES DE MICROTECHNIQUE - Profils à courbure  
progressive générés par une développée généralisée.**

Michel BELOT et Claude STETTLER

L S R H Rue A.-L. Breguet 2 CH - 2000 NEUCHATEL

**RESUME**

Plusieurs approches sont possibles pour déterminer les profils d'engrenages destinés à la microtechnique. Pour que ceux-ci répondent aux exigences particulièrement sévères, comme la minimalisation de la modulation du rapport des vitesses angulaires et du couple transmis en présence de tolérances de fabrication relativement importantes, une nouvelle méthode de calcul est proposée.

La solution consiste à déterminer la développée exacte en fonction des critères de minimalisation retenus. De là on obtient directement les profils de la roue et du pignon sans recourir aux corrections de denture. Les profils ainsi calculés présentent l'avantage d'avoir une courbure du profil évoluant progressivement, condition essentielle pour assurer un bon fonctionnement en présence de tolérances.

**1. INTRODUCTION**

La détermination d'un profil d'engrenage à partir de fonctions génératrices remonte assez loin dans le temps. Pascal au début du XVII<sup>ème</sup> siècle proposait d'utiliser pour le profil de denture des engrenages la courbe engendrée par un point situé sur un cercle roulant sans glissement sur un autre cercle, c'était les cycloïdes. Un peu plus tard Euler proposait d'utiliser pour le profil des dentures la courbe issue du développement d'un cercle ou développante de cercle. Ces solutions mathématiques ont essentiellement été proposées en fonction de considérations géométriques et des propriétés cinématiques particulières de ces courbes.

Ces solutions théoriques encore utilisées aujourd'hui dans certains domaines, ne tiennent malheureusement pas compte de plusieurs éléments importants en micromécanique. C'est-à-dire entre autres, la présence du frottement de denture, les tolérances de fabrication relativement importantes et les très faibles nombres de dents des pignons imposés par la miniaturisation.

Ainsi, le problème des engrenages n'est pas une nouveauté, il suffit pour s'en

convaincre de consulter la longue liste des auteurs cherchant la solution idéale. Ces innombrables tentatives et propositions montrent très bien qu'il n'existe pas une solution évidente et satisfaisante pour toutes les applications. L'une des principales difficultés du problème est de trouver le meilleur compromis technique à partir de conditions antagonistes et analytiquement discontinues.

D'une part on trouve les solutions qui corrigent un profil obtenu analytiquement comme la développante de cercle ou les épicycloïdes. Les désavantages de ces solutions, mis à part qu'elles ne tiennent pas compte du frottement, sont bien connus des praticiens. Pour la développante de cercle, elle ne permet pas d'obtenir une solution satisfaisante pour les très faibles nombres de dents et les corrections par déport de denture entraînant des angles de pression très importants. Pour les épicycloïdes, c'est leur intolérance aux erreurs d'entraxe qui les rendent inutilisables telles quelles. Les solutions se trouvent entre ces deux extrêmes, à condition de tenir compte du frottement dans les rapports de vitesse angulaire.

D'autre part, la possibilité existe, à partir d'une ligne d'engrènement idéale,

déportée en ordonnée, avec un facteur de recouvrement unitaire si les vitesses sont faibles, de calculer les profils par intégration en tenant compte du frottement. Cette deuxième solution pose toutefois des problèmes mathématiques assez complexes avec des équations elliptiques et des conditions sur les dérivées du résultat - le profil - assez difficiles à respecter. De plus, il n'existe pas une solution analytique qui admet l'interférence d'engrènement en vue de limiter l'angle de pression.

Malgré ces difficultés, nous avons étudié dans un autre cadre ce type de solution [1] et achevé avec succès nos travaux grâce à l'appui de la Commission pour l'Encouragement des Recherches Scientifiques (CERS) et celui de l'Industrie.

La solution que nous présentons ici se rapproche plutôt de celle du premier type, c'est-à-dire développement du profil à partir d'une fonction génératrice, la développée. C'est dans le choix des paramètres de cette fonction que réside l'originalité de la méthode. C'est ainsi que la courbe à partir de laquelle se développe le profil peut être de nature différente selon les critères de fonctionnement retenus. La solution la plus simple consiste à utiliser un cercle ou une ellipse excentrique comme développée.

## 2. PROFILS A COURBURE PROGRESSIVE DEPUIS UNE DEVELOPPEE

Ce sont surtout les avantages évidents des profils obtenus à partir de fonctions génératrices, comme la développante de cercle pour les grands nombres de dents, qui nous ont déterminés à en généraliser le principe pour la microtechnique.

D'autres arguments comme la recherche d'une solution de synthèse au problème du profil des engrenages ont également motivés ces travaux. C'est ainsi que nous avons été amenés, dans de précédents travaux [2], à étudier les propriétés des développées des profils d'engrenages. Elles peuvent être discrètes comme dans les profils à arc de cercle, continues ou circulaires comme dans le cas des profils en développante de cercle. De plus la connaissance de la développée d'un profil permet de déduire les propriétés de celui-ci.

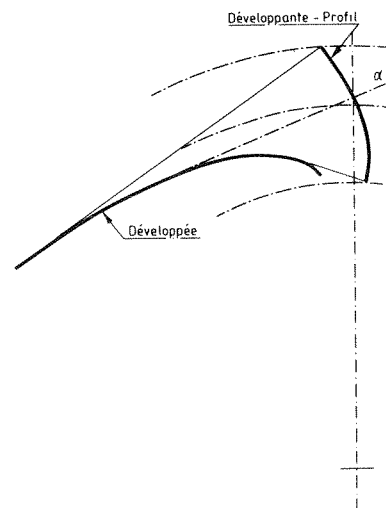


Fig. 1 La développée et sa développante

Ce sont donc ces considérations qui nous ont entraînés à déterminer d'abord la développée du profil qui répondait le mieux aux impératifs imposés par la microtechnique. Le profil ainsi engendré par le développement d'une fonction continue a une courbure qui augmente progressivement, ce qui nous assure des propriétés cinématiques uniformes même en présence de fortes tolérances relatives.

Pour permettre l'existence d'engrenages à très peu de dents avec un angle de pression minimum, nous avons été amenés à choisir une développée excentrique. Cette solution nous permet également de tenir compte du frottement pour la transmission du couple. En même temps, grâce au choix du principe de la développante, nous assurons facilement les conditions sur les dérivées du profil, c'est à dire la courbure.

## 3. DETERMINATION DES PARAMETRES DE LA DEVELOPPEE

Les paramètres de la développée, déport de la ligne d'engrènement, angle de pression à l'origine, excentricité, nature de la développée, sont déterminés par minimalisation à l'aide des programmes de simulation.

Ainsi, à partir d'une solution obtenue en première approximation, nous affinons les paramètres de la développée en cherchant le meilleur compromis assurant à la fois une transmission de vitesse et du couple satisfaisante tout en ayant un angle de pression minimum, des hauteurs de dents normales et une insensibilité aux tolérances.

D'autres combinaisons de conditions peuvent être retenues pour des applications spéciales.

La très forte non linéarité du problème nous oblige à approcher la solution finale par itérations successives dans un espace à plusieurs dimensions. Pratiquement, pour éviter des coûts informatiques trop importants, chaque fois qu'une solution est trouvée, le programme se souvient du cheminement emprunté, ce qui permet par la suite d'approcher plus rapidement une solution du même type.

#### 4. LOGICIEL REALISE

Pour réaliser industriellement des profils d'engrenages à la demande, nous avons conçu un programme interactif qui vient compléter notre logiciel de simulation des engrenages. Cet ensemble forme ce qui est communément appelé un logiciel Engineering Assisté par Ordinateur (EA0) spécialisé pour les engrenages de microtechnique. La quatrième génération de ce logiciel implanté sur VAX-11/780 permet de visualiser dynamiquement sur écran Tektronix 4114 le fonctionnement des engrenages.

Ainsi, interactivement, il suffit de donner au moins le nombre de dents des deux mobiles appelés à s'engrèner et le module, le programme nous propose alors une solution. Cette solution peut immédiatement être simulée et si elle convient les résultats numériques peuvent être stockés sur un support magnétique facilement transportable et les dessins sont sortis sur le traceur de l'ordinateur. Si la solution est destinée à une application spéciale, différents paramètres géométriques peuvent être modifiés interactivement.

Il est évident que la manipulation des paramètres de génération est délicate, mais vu la méthode retenue, si une solution est trouvée, elle est toujours pleinement fonctionnelle et conserve toutes ses performances en présence de tolérances de fabrication. Toutefois, à l'impossible, même l'ordinateur et son programme n'y sont pas tenus.

Pour des raisons pratiques et d'exploitation industrielle, le profil continu peut être décomposé en une suite d'arcs de cercles plus faciles à traiter par la suite

sans moyens informatiques. Ainsi, pour les roues, il suffit d'environ trois arcs de cercles pour définir un profil alors que pour les pignons à très peu de dents, une douzaine d'arcs de cercles peuvent être nécessaires.

#### 5. PERFORMANCES

En mode automatique, le programme calcul des profils supportant au moins des tolérances d'entraxe de  $\pm 1/3$  de module et ceci pour des pignons jusqu'à 5 dents et des rapports plus grands que 20.

Ces performances dépassent largement les valeurs habituellement retenues jusqu'ici. Et il faut préciser que même dans les cas extrêmes, l'engrènement se fait encore sur la partie active des profils. C'est seulement si l'on dépasse ces valeurs que le bout arrondi des dents est mis à contribution ce qui peut provoquer un phénomène de chute en fin transmission.

Il est également à remarquer la position stable de la ligne d'engrènement dans tout le champ de tolérance. Enfin, les grandes vitesses d'approche et de séparation des dents assurent une excellente sécurité de fonctionnement.

#### 6. EXEMPLES

Pour démontrer les performances des engrenages dont le profil est à courbure progressive, nous avons simulé le comportement de quelques cas typiques. Tous ces exemples ont les performances standard et fonctionnent convenablement avec des tolérances d'entraxe de  $\pm 1/3$  module.

##### 1. Engrenage à roue menante 63/6

Engrenage multiplicateur de vitesse habituellement utilisé en horlogerie mécanique et dans certains instruments mécaniques (altimètres, baromètres, comparateurs, etc.).

Entraxe	:	2.070 mm
Rapport d'engrènement	:	10.5 : 1
Nombre de dents	:	63 / 6
Module	:	0.060 mm

Entraxe : 2.190 mm  
 Rapport d'engrènement : 1 : 11.16  
 Nombre de dents : 6 / 67  
 Module : 0.060 mm

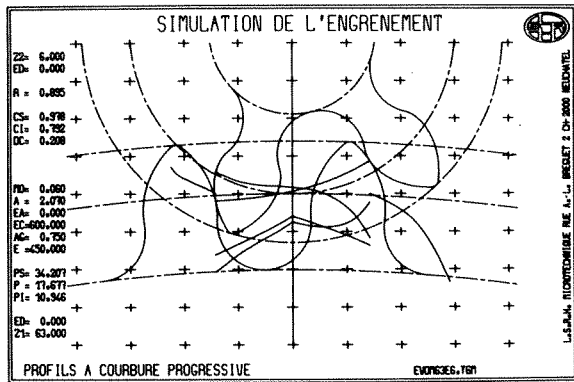


Fig. 2 A l'entraxe théorique

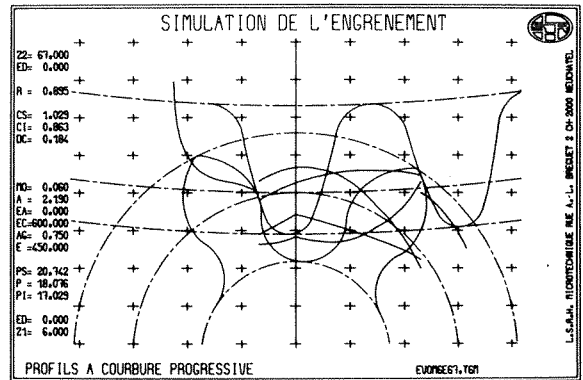


Fig. 5 A l'entraxe théorique

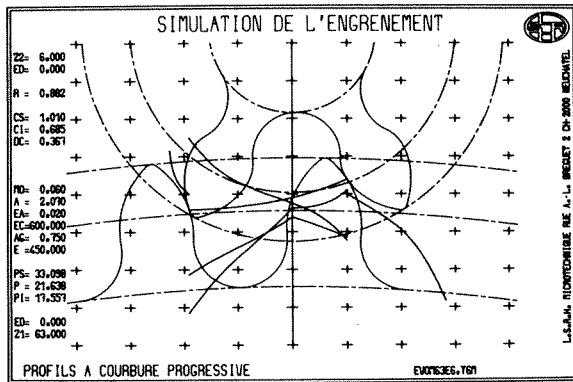


Fig. 3 Entraxe plus 1/3 de module

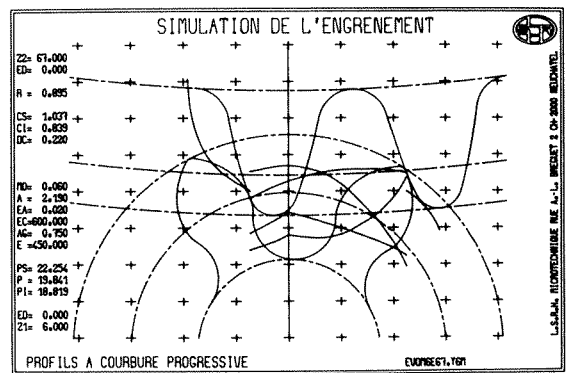


Fig. 6 Entraxe plus 1/3 de module

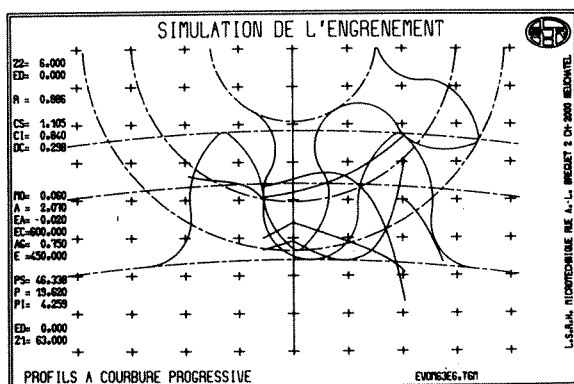


Fig. 4 Entraxe moins 1/3 de module

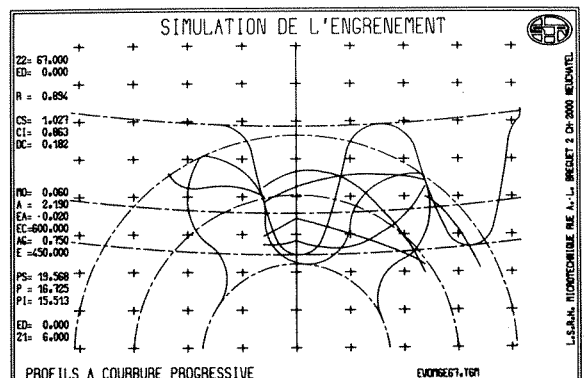


Fig. 7 Entraxe moins 1/3 de module

2. Engrènement à pignon menant 6/67

Engrènement diviseur de vitesse utilisé dans l'instrumentation électrique et par l'horlogerie électronique à affichage analogique.

3. Engrènement à très grand rapport 5/100

Engrènement diviseur de vitesse à très grand rapport de transmission et faible encombrement.

Entraxe : 3.150 mm  
 Rapport d'engrènement : 1 : 20  
 Nombre de dents : 5 / 100  
 Module : 0.060 mm

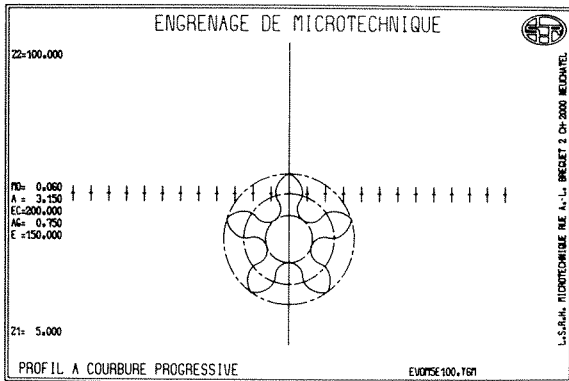


Fig. 8 Pignon menant 5 dents

performances du programme dans un cas extrême.

Entraxe : 0.420 mm  
 Rapport d'engrènement : 1 : 1  
 Nombre de dents : 7 / 7  
 Module : 0.06 mm

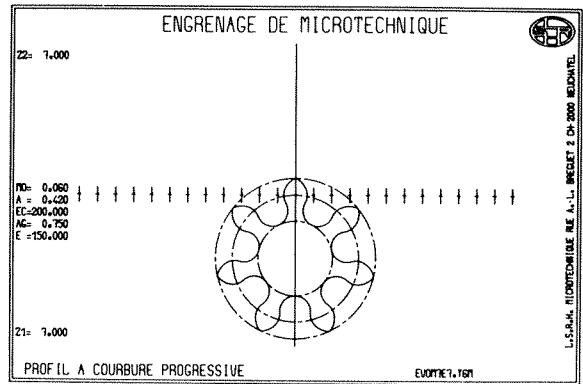


Fig. 11 Pignon menant 7 dents

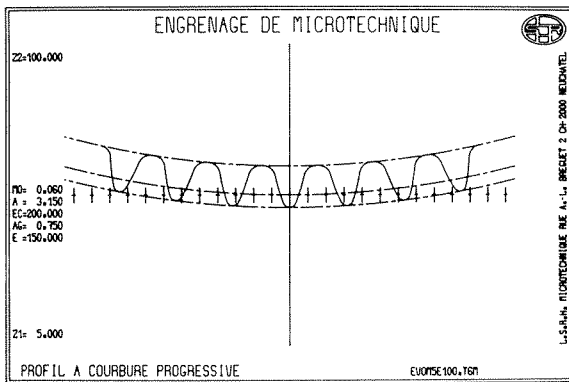


Fig. 9 Roue menée 100 dents

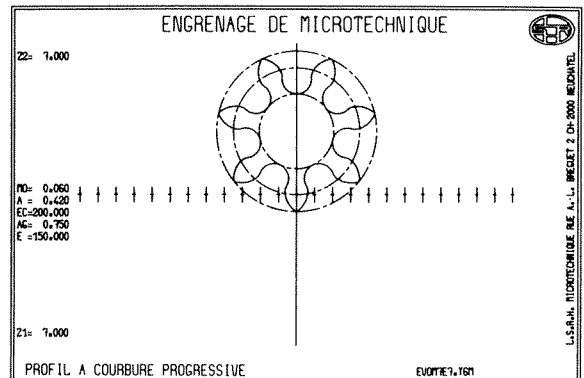


Fig. 12 Pignon mené 7 dents

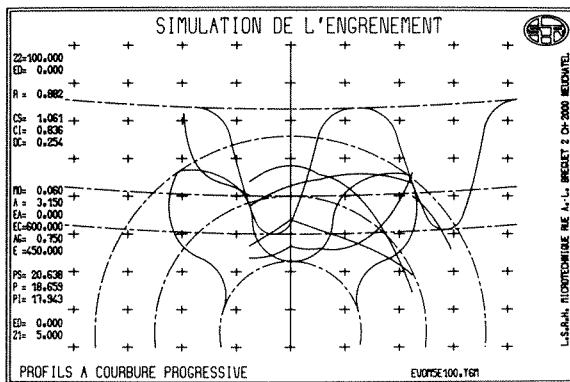


Fig. 10 A l'entraxe théorique

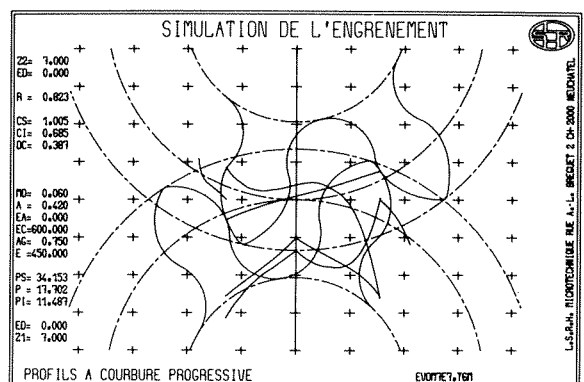


Fig. 13 A l'entraxe théorique

4. Engrenage compact 7/7

Exemple d'engrènement permettant d'apprécier les performances du programme dans un cas extrême.

## 7. CONCLUSIONS

Ces travaux menés au LSRH depuis un certain temps déjà et mis en veilleuse à plusieurs reprises pour travailler à d'autres projets de recherche, nous ont finalement permis encore une fois de faire un pas dans la technologie des engrenages de microtechnique.

Avec l'achèvement de ces travaux, le LSRH peut désormais mettre rapidement à disposition de l'industrie de la microtechnique une solution fiable pour tous les problèmes d'engrenages, qu'il s'agisse de roue ou de pignon menant. Cette solution permet d'éviter les recherches hésitantes, incertaines et coûteuses, car qui ne s'est pas fait prendre au piège des engrenages qui contrairement à leur apparence simple, cachent un problème fortement non linéaire où une multitude de paramètres interagissent irrégulièrement.

Nul doute que les performances de ce profil ouvriront de nouvelles possibilités aux constructeurs de micromécanismes et de calibres horlogers toujours à la recherche de solutions ultra-compactes.

## 8. REFERENCES

1. C.STETTLER "Analyse et simulation de la transmission de l'énergie dans un micro-système" Bulletin annuel de la société Suisse de Chronométrie (1977) Vol. VII fasc. 3 - No. 39-413.
2. C.STETTLER "Modèle de simulation de l'engrènement pour l'étude du comportement quasi-réel des engrenages de microtechnique" Congrès International de Chronométrie, Genève 1979.

## 9. BIBLIOGRAPHIE

1. G.HENRIOT "Traité théorique et pratique des Engrenages" Dunod Paris.
2. H.-L.DEBY "Engrenages cylindriques droits à profils en développante de cercle" Cours donné au LSRH en juin 1965.

3. W.S.ROUVEROL "Engrenages à caractéristiques sélectives" Machines-Outil (France 1976) No. 330, 331, 332, 333.