



CONFERENCE NO F 1.3

SIMULATION DE MECANISMES EN MICROTECHNIQUE,
L'ECHAPPEMENT DE LA MONTRE MECANIQUE

Alain Vaucher

LABORATOIRE SUISSE DE RECHERCHES HORLOGERES, NEUCHATEL

RESUME

Dans le cadre de la simulation globale de la montre mécanique sur calculateur numérique, nous traitons ici l'échappement à ancre.

La partie théorique décrit les algorithmes et les méthodes employées pour élaborer le modèle dynamique de l'échappement ; la partie expérimentale montre les appareils nécessaires au contrôle du modèle ainsi qu'à l'identification de certains paramètres.

SIMULATION VON MECHANISMEN IN DER MIKROTECHNIK,
DIE HEMMUNG DER MECHANISCHEN UHR

ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen der Globalsimulation der mechanischen Uhr auf dem numerischen Rechner wird hier die Ankerhemmung behandelt.

Der theoretische Teil beschreibt die Algorithmen und Methoden, die zur Ausarbeitung des dynamischen Modells der Hemmung angewandt werden ; der experimentelle Teil zeigt die Apparate, die zur Kontrolle des Modells und zur Identifikation gewisser Parameter erforderlich sind.

SIMULATION OF MECHANISMS IN MICRO-TECHNOLOGY,
THE ESCAPEMENT OF THE MECHANICAL WATCH

SUMMARY

In the context of the overall simulation of the mechanical watch on a numerical calculator, we deal here with the escapement pallets.

The theoretical part describes the algorithms and the methods used to elaborate the dynamic model of escapement ; the practical part shows the apparatus which is necessary for controlling the model as well as for identifying certain parameters.

1. INTRODUCTION

1.1 SYSTEMES, MODELES, SIMULATION

La *simulation* est une manipulation de *modèle*, et le *modèle* une représentation de *système*.

Un *système* est un ensemble d'éléments liés par des relations de cause à effet. Ces relations peuvent être *statiques* si on ne considère que des régimes permanents. Elles sont *dynamiques* dans le cas général compte tenu de leur évolution dans le temps. Le système est relié à l'environnement extérieur par les *grandeurs d'entrée et de sortie*.

De cette définition générale, il ressort que plusieurs conditions doivent être réalisées pour avoir un système :

- connaissance des composants
- connaissance des lois propres de chacun des composants
- connaissance des lois d'interaction

Un *modèle* est un système formel construit, c'est à dire une image plus ou moins fidèle du système réel. Il n'est ni vrai, ni faux : sa valeur se juge à la contribution qu'il apporte dans l'explication du système représenté. C'est un outil de travail permettant l'étude de phénomènes complexes, il se substitue à la réalité qu'il simplifie.

Le modèle est construit pour découvrir les résultats obtenus du système, dans différentes hypothèses, en un mot pour être manipulé.

Si la *comparaison* de ses résultats avec ceux du système réel est satisfaisante, il permet de prédire les réactions du système dans les conditions envisagées.

Dans un sens plus général, un modèle est assimilé à une hypothèse, à une théorie, à une loi, suivant son degré d'adaptation.

1.2 IDENTIFICATION

L'identification est la détermination de la relation de cause à effet que le système établit entre ses grandeurs d'entrée et de sortie. Cette relation peut être caractérisée de différentes façons :

La *méthode analytique* permet d'exprimer mathématiquement les lois individuelles des composants et les lois d'interconnexion. Lorsque la formulation est simple, il est aisé d'analyser l'influence des facteurs. Le plus souvent le

système est complexe et la construction du modèle oblige soit à des réductions ou simplifications de lois, soit à des représentations analytiques de lois par ajustement à des données expérimentales. L'analyse numérique et l'emploi de l'ordinateur sont alors indispensables pour calculer rapidement les résultats.

La *méthode expérimentale* consiste à considérer le système à identifier comme une *boîte noire*. Par des méthodes mathématiques et en observant les variations des grandeurs d'entrée et de sortie, on cherche à établir le modèle mathématique qui décrit de la façon la plus appropriée le *comportement au transfert* du système.

Lorsque le modèle est suffisamment performant, la simulation est semblable à une expérience de laboratoire, mais souvent moins coûteuse et plus rapide. [1]

Ajoutons encore que l'élaboration d'un modèle et son emploi en simulation permettent d'approfondir nos connaissances d'un système et de mettre en évidence des phénomènes cachés lors de l'expérimentation.

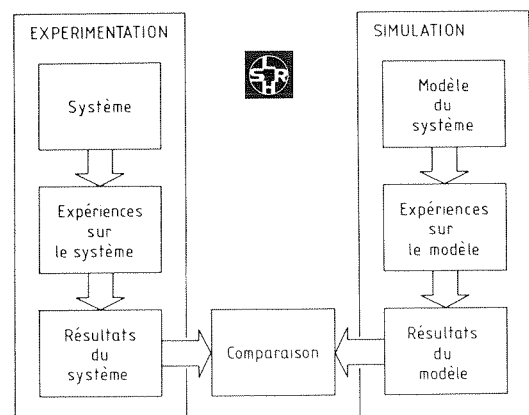


Fig. 1 Système, modèle, simulation

2. PARTIE THEORIQUE

2.1 MODELE DYNAMIQUE DE MECANISMES

Un système mécanique peut être décomposé en ses éléments simples tels que masses, ressorts et dissipateurs d'énergie.

Les forces de liaison telles que forces élastiques, forces magnétiques et forces électriques assurent la transmission de l'énergie.

Les grandeurs d'entrée sont les forces appliquées au système, celles de sortie sont les résultats dynamiques caractéristiques du système tels que mouvement, vitesse, accélération, rendement etc.

Les considérations sur le type de mouvement et le nombre de degrés de liberté de chaque pièce permettent d'établir le système d'équations différentielles couplées des mouvements.

Examinons la forme générale de ce système.

Soit $X_i(t)$ les coordonnées rectilignes ou angulaires et M_i les masses ou moments d'inertie de i mobiles :

$$\left. \begin{aligned} M_1 \cdot \ddot{X}_1 &= \sum_j F_{1,j}(X_1, \dots, X_i) \\ M_2 \cdot \ddot{X}_2 &= \sum_j F_{2,j}(X_1, \dots, X_i) \\ \vdots & \\ M_i \cdot \ddot{X}_i &= \sum_j F_{i,j}(X_1, \dots, X_i) \end{aligned} \right\} (1)$$

Les $F_{i,j}(X_1, \dots, X_i)$ représentent les forces ou les moments agissant sur le système, les forces ou moments de liaison et de dissipation. Les phénomènes de chocs sont ainsi inclus dans les équations différentielles.

En règle générale, les $F_{i,j}(X_1, \dots, X_i)$ ne sont pas connus sous forme explicite. Il en est de même des solutions du système d'équations différentielles.

La complexité du système d'équations différentielles couplées ainsi que le calcul des $F_{i,j}(X_1, \dots, X_i)$ nécessitent l'emploi d'un calculateur numérique.

2.2 METHODE DE DISCRETISATION

Approchons les dérivées apparaissant dans le système d'équations différentielles (1) selon les règles de différentiation numérique basées sur les valeurs d'interpolation (méthode des différences).

Nous obtenons alors :

$$\ddot{X}_i \approx \frac{X_{i,k} - 2 \cdot X_{i,k+1} + X_{i,k+2}}{h^2} \quad (2)$$

où h est le pas d'interpolation et les $X_{i,k}$ sont les valeurs d'interpolation.

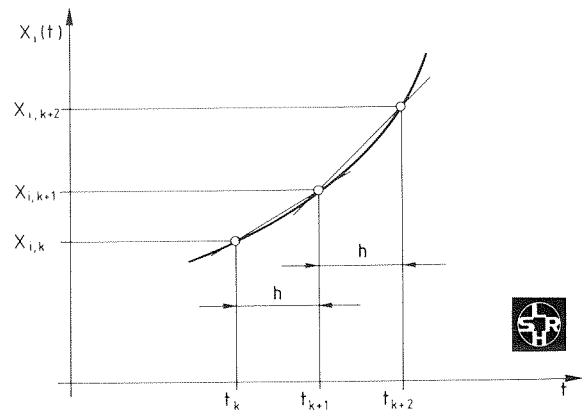


Fig. 2 Méthode de discrétisation

2.3 ALGORITHME D'INTEGRATION NUMERIQUE

Les approximations (2) sont introduites dans le système d'équations différentielles (1), d'où nous tirons l'algorithme d'intégration numérique :

$$\begin{aligned} X_{1,k+2} &= \frac{h^2}{M_1} \left(\sum_j F_{1,j}(X_{1,k}, \dots, X_{i,k}) \right) + 2 \cdot X_{1,k+1} - X_{1,k} \\ \vdots & \\ \vdots & \\ X_{i,k+2} &= \frac{h^2}{M_i} \left(\sum_j F_{i,j}(X_{1,k}, \dots, X_{i,k}) \right) + 2 \cdot X_{i,k+1} - X_{i,k} \end{aligned}$$

2.4 CONDITIONS INITIALES

En plus du système d'équations différentielles, nous devons connaître les conditions initiales. Nous les déterminons à l'aide de la géométrie des éléments et des conditions cinématiques. Prenons, fig. 3, l'exemple de l'échappement à ancre de la montre :

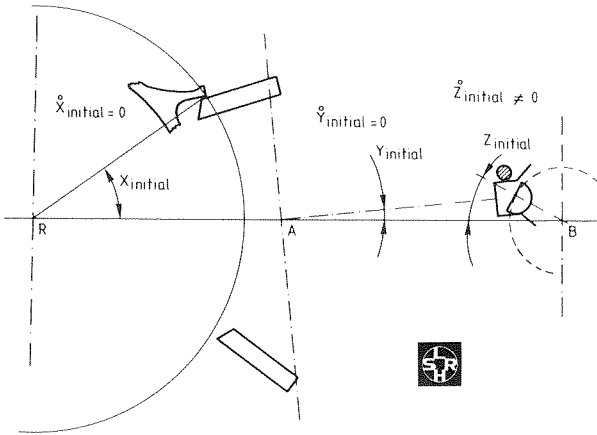


Fig. 3 Conditions initiales

2.5 QUELQUES EXEMPLES POUR LES $F_{i,j}(x_1, \dots, x_i)$

Examinons le cas particulier de l'échappement de la montre.

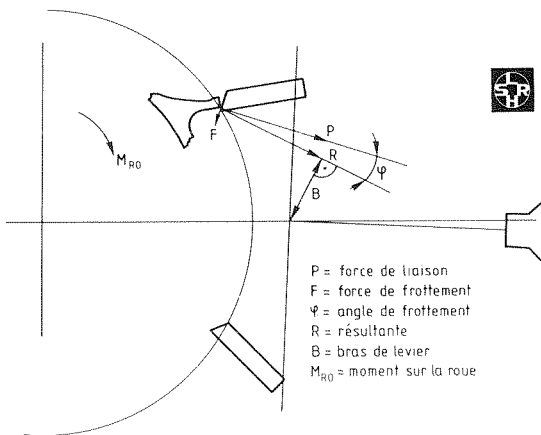


Fig. 4 Echappement de la montre

1) moment fourni à la roue d'échappement

$$F_{1,1}(x,y,z) = M_{R0}$$

M_{R0} = moment sur la roue d'ancre

2) moment fourni à l'ancre par la roue d'échappement

compte tenu de l'angle de frottement ϕ , nous avons :

$$F_{2,1}(x,y,z) = R \cdot B$$

R = résultante

B = bras de levier

3) moment dû aux frottements dans les paliers de la roue

$$F_{1,2}(x,y,z) = R \cdot \mu \cdot r$$

μ = coefficient de frottement

r = rayon du pivot

2.6 MODELE DES FORCES DE LIAISON

Le couplage des équations différentielles est réalisé par les conditions géométriques de l'échappement, ainsi que par ses caractéristiques élastiques obtenues par un modèle simple de ressort ou par calcul à l'aide de la théorie des éléments finis [6].

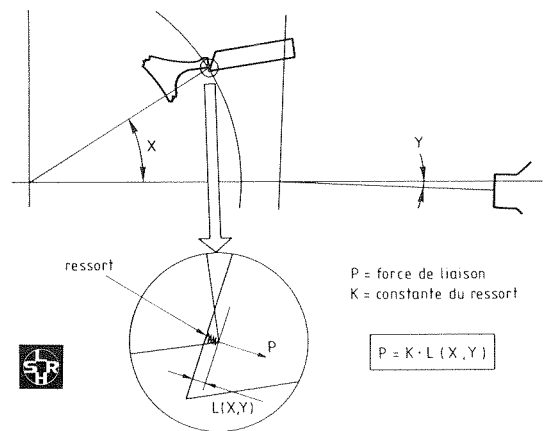


Fig. 5 Modèle simple des forces élastiques

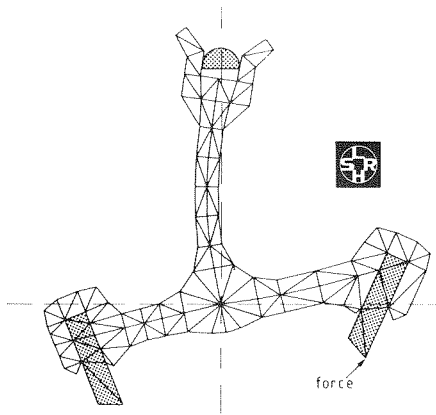


Fig. 6 Forces élastiques calculées à l'aide des Eléments Finis

2.7 PROGRAMME "ECHAP"

La fig. 7 montre l'organigramme du programme de simulation de l'échappement avec la boucle de calcul nécessaire à l'intégration numérique des équations différentielles. Ce programme, écrit en langage FORTRAN, comporte environ un millier de lignes sans compter la partie balancier-spiral. Il est parcouru 2000 fois pour calculer une fonction de l'échappement.

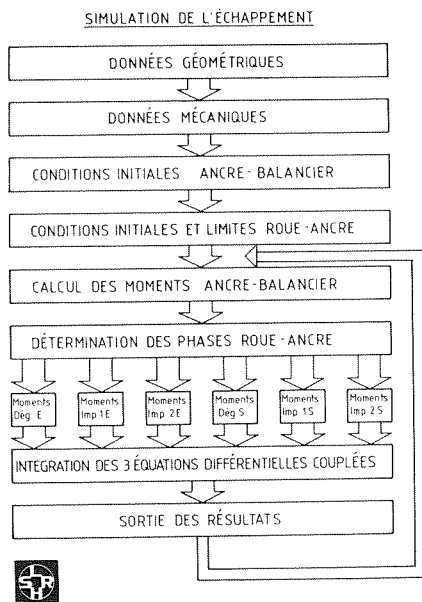


Fig. 7 Organigramme du programme ECHAP

L'ensemble du système d'analyse est composé des éléments suivants :

- système couple constant ou variable sinusoïdalement à la roue d'ancre
- mesure du déplacement angulaire de la roue d'ancre
- mesure du déplacement angulaire de l'ancre
- mesure de la période et calcul de l'amplitude du balancier-spiral
- système d'acquisition des données et de traitement des signaux [2] .

Les fig. 8 à 13 donnent un aperçu de ces différents systèmes.

3.1 SYSTEME COUPLE A LA ROUE D'ANCRE

Ce système fournit à la roue d'ancre des couples constants ou variant *sinusoïdalement*. Nous pouvons ainsi connaître la fonction de transfert du système échappement - balancier-spiral par sa réponse harmonique. Le couple est créé au moyen d'un spiral piloté par un moteur pas à pas synchronisé par l'oscillateur balancier-spiral. Un mécanisme ingénieux came - vis sans fin provoque un couple sinusoïdal et permet un réglage fin.

3.2 MESURE DU DEPLACEMENT ANGULAIRE DE LA ROUE D'ANCRE ET DE L'ANCRE

Nos travaux dans le domaine de la mesure de vitesse sans contact nous ont amené à la conception et à la commercialisation du convertisseur opto-électronique ROVIMETRE. D'autre part, grâce aux progrès de la technique de l'intégration de diodes, nous pouvons mesurer simultanément les mouvements de la roue d'ancre et de l'ancre.

3.3 MESURE DE LA PERIODE DU BALANCIER-SPIRAL

L'appareil MICROBALISOMETRE, conçu et commercialisé par le LSRH, permet la mesure très précise de la période d'oscillation et le calcul de l'amplitude.

De plus, nous utilisons les signaux du MICROBALISOMETRE pour synchroniser tout le système de mesure.

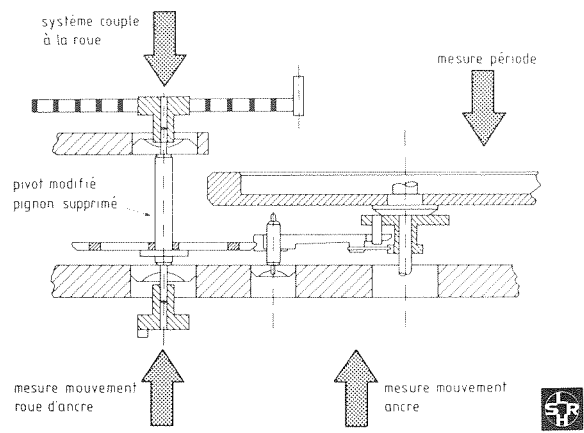


Fig. 8 Système de mesure

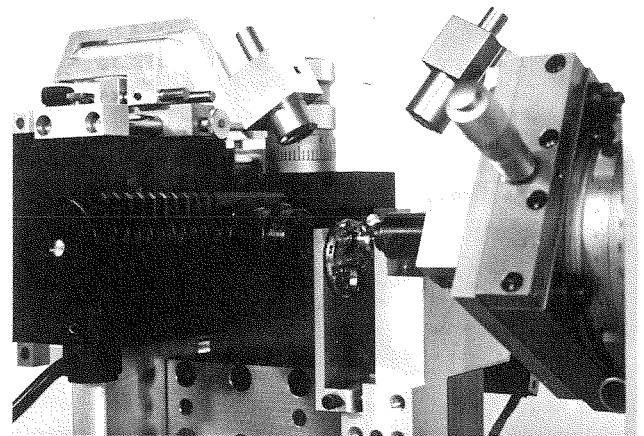


Fig. 11 Appareil DYNAMIC

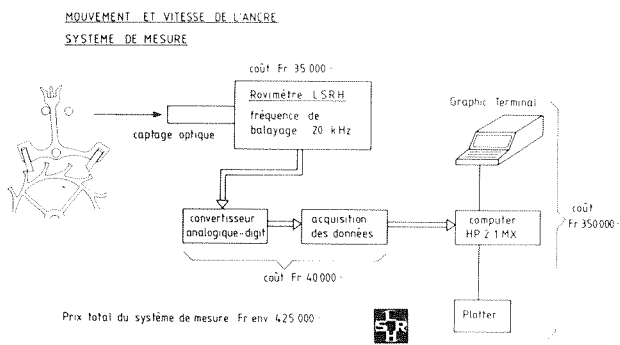


Fig. 9 Acquisition des données

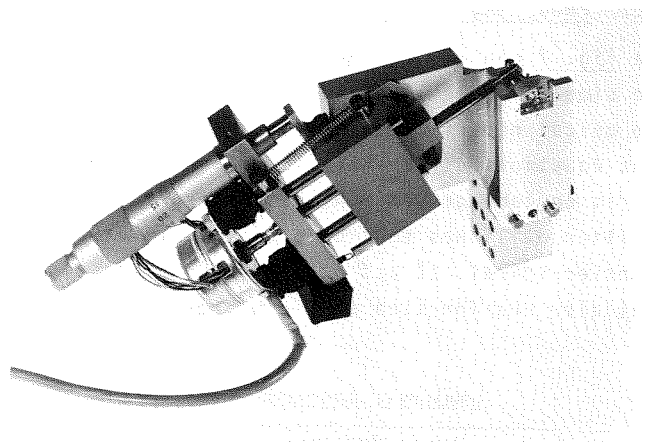


Fig. 12 Système couple à la roue d'ancre

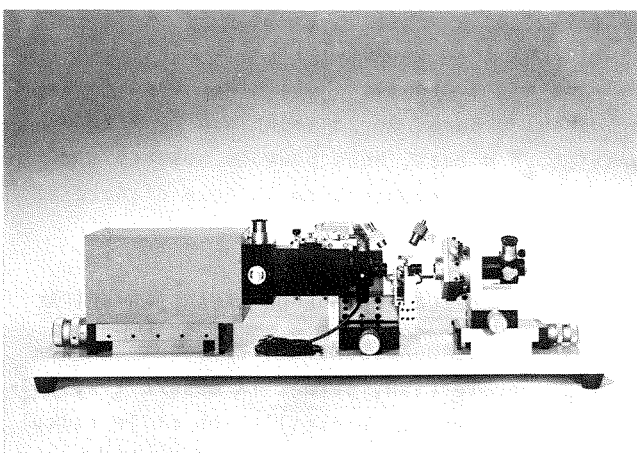


Fig. 10 Appareil DYNAMIC

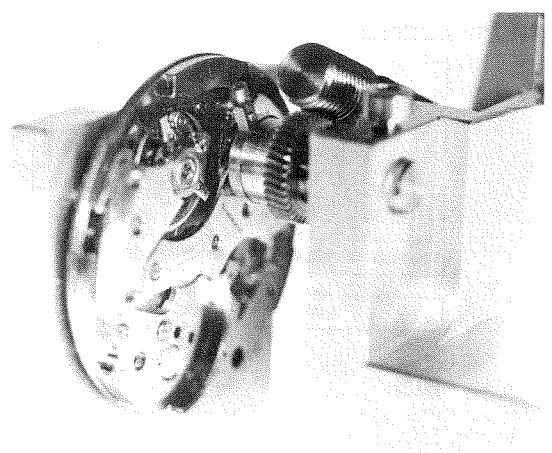


Fig. 13 Détail du système couple

4. PERSPECTIVES

Le but de ce travail n'est pas de faire l'analyse quantitative de l'échappement, ceci étant le rôle des constructeurs et fabricants. Par contre, notre rôle est de proposer des méthodes, tant théoriques qu'expérimentales, générales et applicables à la micromécanique, domaine particulier de la microtechnique. C'est dans ce sens que nos efforts ont porté et que le but de ce travail est atteint.

5. BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Stettler
"Modèle de simulation de l'engrènement pour l'étude du comportement quasi-réel des engrenages de microtechnique"
Communication au CIC-79 No 75
- [2] G. Rochat, J.-P. Jeanneret et A. Vaucher
"La mesure de déplacement, de vitesse et d'accélération sans contact"
Communication au CIC-79 No 76
- [3] E. Stiefel
"Introduction à la mathématique numérique"
Dunod 1967
- [4] Charles Valère Feuvrier
"La simulation des systèmes"
Dunod 1971
- [5] M. Cuénod et J.-L. Fatio
"Cours d'introduction aux méthodes d'identifications"
Albin Michel 1973
- [6] H.C. Martin et G.F. Carey
"Introduction to Finite Element Analysis"
Mc Graw-Hill 1973

